**第一讲 平面向量的概念及线性运算、平面向量基本定理及坐标运算**

id:2147491468;FounderCES

题组1平面向量的概念及线性运算

1*.*[2014浙江,8,5分][理]记max{*x*,*y*}*=*min{*x*,*y*}*=*设***a***,***b***为平面向量,则()

A*.*min{*|****a****+****b****|*,*|****a****-****b****|*}≤min{*|****a****|*,*|****b****|*}

B*.*min{*|****a****+****b****|*,*|****a****-****b****|*}≥min{*|****a****|*,*|****b****|*}

C*.*m***a***x{*|****a****+****b****|*2,*|****a****-****b****|*2}≤*|****a****|*2*+|****b****|*2

D*.*max{*|****a****+****b****|*2,*|****a****-****b****|*2}≥*|****a****|*2*+|****b****|*2

2*.*[2015 新课标全国*Ⅱ*,13,5分][理]设向量***a***,***b***不平行,向量*λ****a****+****b***与***a****+*2***b***平行,则实数*λ=　　　.*

3*.*[2015浙江,13,4分]已知***e***1,***e***2是平面单位向量,且***e***1·***e***2*=.*若平面向量***b***满足***b***·***e***1*=****b***·***e***2*=*1,则*|****b****|=　　　.*

题组2平面向量基本定理及坐标运算

4*.*[2016全国卷*Ⅱ*,3,5分][理]已知向量***a****=*(1,*m*),***b****=*(3,*-*2),且(***a****+****b***)⊥***b***,则*m=*()

A.-8 B.-6 C.6 D.8

5*.*[2015新课标全国*Ⅰ*,2,5分]已知点*A*(0,1),*B*(3,2),向量*=*(*-*4,*-*3),则向量*=*()

A*.*(*-*7,*-*4) B*.*(7,4) C*.*(*-*1,4) D*.*(1,4)

6*.*[2014四川,7,5分][理]平面向量***a****=*(1,2),***b****=*(4,2),*c=m****a****+****b***(*m*∈R),且***c***与***a***的夹角等于***c***与***b***的夹角,则*m=*()

A.*-*2 B.*-*1 C.1 D.2

7*.*[2016全国卷*Ⅱ*,13,5分]已知向量***a****=*(*m*,4),***b****=*(3,*-*2),且***a***∥***b***,则*m=　　　　.*

8*.*[2015江苏,6,5分][理]已知向量***a****=*(2,1),***b****=*(1,*-*2)*.*若*m****a****+n****b****=*(9,*-*8)(*m*,*n*∈R),则*m-n*的值为*.*

9*.*[2015北京,13,5分][理]在△*ABC*中,点*M*,*N*满足*=*2,*=.*若*=x+y*,则*x=*;*y=　　　.*

10*.*[2014北京,10,5分][理]已知向量***a***,***b***满足*|****a****|=*1,***b****=*(2,1),且*λ****a****+****b****=*0(*λ*∈R),则*|λ|=　　　.*

id:2147491489;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018海南省八校联考,4]设*D*为线段*BC*的中点,且*+=-*6,则()

A*.=*2 B.*=*3 C*.=*2 D*.=*3

2*.*[2018河北石家庄二中模拟,5]已知点*D*是△*ABC*所在平面内的一点,且*=-*2,设*=λ+μ*,则*λ-μ=* ()

A. B.- C.3 D.-3

3*.*[2018湖南省永州市一模,3]已知***a****=*(1,*-*1), ***b****=*(1,0), ***c****=*(1,*-*2),若***a***与*m****b****-****c***平行,则*m=*( )

A.-1 B.1 C.2 D.3

4*.*[2017陕西省六校高三第三次适应性训练,13]已知平面向量***a****=*(2,4),***b****=*(*-*1,*k*),且***a***∥***b***,则2***a****+****b****=　　　　.*

5*.*[2017南昌市三模,14]已知向量***a****=*(*m*,*n*),***b****=*(1,*-*2),若*|****a****|=*2,***a****=λ****b***(*λ<*0),则*m-n=　　　　.*

**B组提升题**

6*.*[2018湘东五校联考,10]已知圆心为*O*,半径为1的圆上有不同的三个点*A*,*B*,*C*,其中·*=*0,存在实数*λ*,*μ*满足*+λ+μ=*0,则实数*λ*,*μ*的关系为()

A.*λ*2*+μ*2*=*1 B.*+=*1 C.*λμ=*1 D.*λ+μ=*1

7*.*[2017长春市第二次质量监测,6]在△*ABC*中,*D*为△*ABC*所在平面内一点,且*=+*,则*=*()

A. B. C. D.

8*.*[2017太原市三模,6]在△*ABC*中,*AB=*3,*AC=*2,∠*BAC=*60*°*,点*P*是△*ABC*内一点(含边界),若*=+λ*,则*||*的取值范围为()

A.[2,] B.[2,] C.[0,] D.[2,]

9*.*[2018广东七校联考,14]设*x*,*y*∈R,向量***a****=*(*x*,1),***b****=*(1,*y*),***c****=*(2,*-*4),且***a***⊥***c***,***b***∥***c***,则*|****a****+****b****|=　　　　.*

10*.*[2018衡水金卷,13]已知在△*ABC*中,*||=|-|*,*=*(1,2),若边*AB*的中点*D*的坐标为(3,1),点*C*的坐标为(*t*,2),则*t=　　　　.*

11*.*[2017郑州市第三次质量预测,16]在△*ABC*中,∠*A=*,*O*为平面内一点,且*||=||=||*,*M*为劣弧上一动点,且*=p+q*,则 *p+q*的取值范围为*.*

**答案**

id:2147497425;FounderCES

1*.*D对于min{*|****a****+****b****|*,*|****a****-****b****|*}与min{*|****a****|*,*|****b****|*},相当于平行四边形的对角线长度的较小者与两邻边长的较小者比较,它们的大小关系不定,因此A,B均错;而*|****a****+****b****|*,*|****a****-****b****|*中的较大者与*|****a****|*,*|****b****|*可构成非锐角三角形的三边,因此有max{*|****a****+****b****|*2,*|****a****-****b****|*2}≥*|****a****|*2*+|****b****|*2,故选D*.*

2*.*由于*λ****a****+****b***与***a****+*2***b***平行,所以存在*μ*∈R,使得*λ****a****+****b****=μ*(***a****+*2***b***),即(*λ-μ*)***a****+*(1*-*2*μ*)***b****=*0,因为向量***a***,***b***不平行,所以*λ-μ=*0,1*-*2*μ=*0,解得*λ=μ=.*

3*.*不妨设***b****=x****e***1*+y****e***2,则***b***·***e***1*=x+=*1,***b***·***e***2*=+y=*1,因此可得*x=y=*,所以*|****b****|=|****e***1*+****e***2*|=.*

4*.*D由向量的坐标运算得***a****+****b****=*(4,*m-*2),由(***a****+****b***)⊥***b***,得(***a****+****b***)·***b****=*12*-*2(*m-*2)*=*0,解得*m=*8,故选D*.*

5*.*A设*C*(*x*,*y*),因为*A*(0,1),*=*(*-*4,*-*3),所以解得所以*C*(*-*4,*-*2),又*B*(3,2),所以*=*(*-*7,*-*4),故选A*.*

6*.*D解法一由已知得***c****=*(*m+*4,2*m+*2),因为cos*<****c***,***a****>=*,cos*<****c***,***b****>=*,所以*=*,又由已知得*|****b****|=*2*|****a****|*,所以2***c***·***a****=****c***·***b***,即2[(*m+*4)*+*2(2*m+*2)]*=*4(*m+*4)*+*2(2*m+*2),解得*m=*2*.*

解法二易知***c***是以*m****a***,***b***为邻边的平行四边形的对角线向量,因为***c***与***a***的夹角等于***c***与***b***的夹角,所以该平行四边形为菱形,又由已知得*|****b****|=*2*|****a****|*,故*m=*2*.*

7*.-*6由题意得,*-*2*m-*12*=*0,所以*m=-*6*.*

8*.-*3由向量***a****=*(2,1),***b****=*(1,*-*2),得*m****a****+n****b****=*(2*m+n*,*m-*2*n*)*=*(9,*-*8),则解得故*m-n=-*3*.*

9*.　-*由题中条件得*=+=+=+*(*-*)*=-=x+y*,所以*x=*,*y=-.*

10*.*因为*|****a****|=*1,所以可令***a****=*(cos *θ*,sin *θ*),因为*λ****a****+****b****=*0,***b***≠0,所以*λ*≠0,

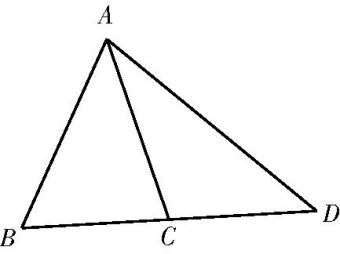
所以即由sin2*θ+*cos2*θ=*1得*λ*2*=*5,得*|λ|=.*

id:2147497432;FounderCES

**A组基础题**

1*.*D由*D*为线段*BC*的中点,且*+=-*6,得2*=-*6,所以 *=-*3,即*=*3,故选D*.*

2*.*D如图D 5*-*1*-*2所示,*C*是线段*BD*的中点,



图D 5*-*1*-*2

则*=+=+*2*=+*2(*-*)*=-+*2*.*

又*=λ+μ*,由平面向量基本定理可知,*λ=-*1,*μ=*2,

所以*λ-μ=-*3*.*故选D*.*

3*.*A∵***a****=*(1,*-*1),***b****=*(1,0),***c****=*(1,*-*2),∴*m****b****-****c****=*(*m-*1,2),又∵***a***与*m****b****-****c***平行, ∴1*×*2*=-*(*m-*1),解得*m=-*1,故选A*.*

4*.*(3,6)因为***a****=*(2,4),***b****=*(*-*1,*k*),且***a***∥***b***,所以2*k+*4*=*0,*k=-*2,所以2***a****+****b****=*(4,8)*+*(*-*1,*-*2)*=*(3,6)*.*

5*.-*6∵***a****=*(*m*,*n*),***b****=*(1,*-*2),∴由*|****a****|=*2,***a****=λ****b***(*λ<*0),得*m*2*+n*2*=*20①,②,联立①②,解得*m=-*2,*n=*4*.*∴*m-n=-*6*.*

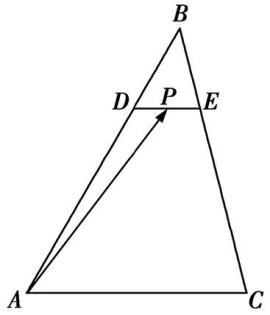
**B组提升题**

6*.*A解法一取特殊点,取*C*为优弧*AB*的中点,此时由平面向量基本定理易得*λ=μ=*,只有A符合*.*故选A*.*

解法二依题意得*||=||=||=*1,*-=λ+μ*,两边平方得1*=λ*2*+μ*2*.*故选A*.*

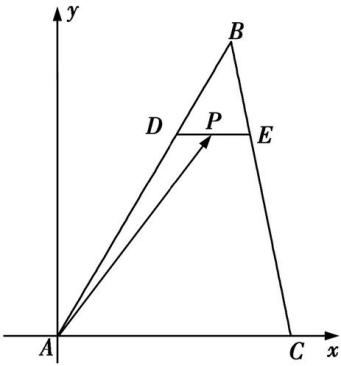
7*.*B由已知,得点*D*在△*ABC*中与*AB*平行的中位线上,且在靠近*BC*边的三等分点处,从而有*S*△*ABD=S*△*ABC*,*S*△*ACD=S*△*ABC*,*S*△*BCD=*(1*--*)*S*△*ABC=S*△*ABC*,所以*=.*故选B*.*

8*.*D解法一因为*AB=*3,*AC=*2,∠*BAC=*60*°*,所以·*=*3,又*=+λ*,所以*||*2*=+*·*+λ*2*=*4*λ*2*+*4*λ+*4,因为点*P*是△*ABC*内一点(含边界),所以点*P*在线段*DE*上,其中*D*,*E*分别为*AB*,*BC*的三等分点,如图D 5*-*1*-*3所示,所以0≤*λ*≤,所以4≤*||*2≤,所以2≤*||*≤,故选D*.*



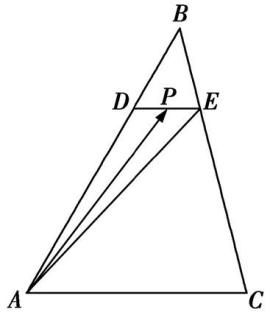
图D 5*-*1*-*3

解法二以点*A*为坐标原点,以*AC*所在直线为*x*轴,建立如图D 5*-*1*-*4所示的平面直角坐标系,因为*AB=*3,*AC=*2,∠*BAC=*60*°*,所以*=*(,),*=*(2,0),又*=+λ*,所以*=*(2*λ+*1,),所以*||*2*=*4*λ*2*+*4*λ+*4,因为点*P*是△*ABC*内一点(含边界),所以点*P*在线段*DE*上,其中*D*,*E*分别为*AB*,*BC*的三等分点,所以0≤*λ*≤,所以4≤*||*2≤,所以2≤*||*≤,故选D*.*



图D 5*-*1*-*4

解法三如图D 5*-*1*-*5,点*D*为线段*AB*靠近点*B*的三等分点,*DE*∥*AC*交*BC*于点*E*,因为点*P*是△*ABC*内一点(含边界),且*=+λ*,所以点*P*在线段*DE*上,当点*P*与点*D*重合时,*||*最小,最小值为2,当点*P*与点*E*重合时,*||*最大,因为*AB=*3,*AC=*2,∠*BAC=*60*°*,所以*AD=*2,*DE=*,∠*ADE=*120*°*,由余弦定理得*AE=*,所以*||*的最大值为,所以2≤*||*≤,故选D*.*



图D 5*-*1*-*5

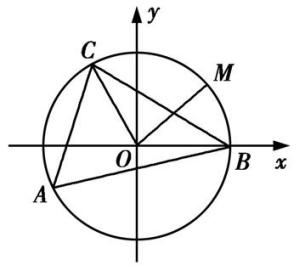
9*.*由***a***⊥***c***,得***a***·***c****=*2*x-*4*=*0,解得*x=*2*.*由***b***∥***c***,得2*y=-*4,即*y=-*2,所以***a****=*(2,1),***b****=*(1,*-*2),***a****+****b****=*(3,*-*1),*|****a****+****b****|==.*

10*.*1依题意,得*||=||*,故△*ABC*是以*AB*为底边的等腰三角形,故⊥,所以·*=*(3*-t*,*-*1)·(1,2)*=*3*-t-*2*=*0,解得*t=*1*.*

11*.*[1,2]

解法一因为*||=||=||*,所以*O*为△*ABC*外接圆的圆心,且∠*BOC=.*以*O*为坐标原点,建立如图D 5*-*1*-*6所示的平面直角坐标系,不妨设圆的半径为1,则*B*(1,0),*C*(*-*,),设*M*(cos *θ*,

sin *θ*)(0≤*θ*≤),则*=*(1,0),*=*(*-*,),由*=p+q*,得解得所以*p+q=*cos *θ+*sin *θ=*2sin(*θ+*),由0≤*θ*≤,知≤*θ+*≤,所以当*θ+=*,即*θ=*时,*p+q*取得最大值2;当*θ+=*或*θ+=*,即*θ=*0或*θ=*时,*p+q*取得最小值1*.*故*p+q*的取值范围是[1,2]*.*



图D 5*-*1*-*6

解法二因为*||=||=||*,所以*O*为△*ABC*外接圆的圆心,且∠*BOC=.*不妨设圆的半径为1,则*||=||=||=*1,由*=p+q*两边平方,得*=p*2*+q*2*+*2*pq||*·*||*cos∠*BOC*,即1*=p*2*+q*2*+*2*pq×*(*-*),亦即1*=p*2*+q*2*-pq=*(*p+q*)2*-*3*pq.*又由条件知*p*≥0,*q*≥0,所以0≤*pq*≤()2*=*(*p+q*)2,所以所以1≤(*p+q*)2≤4,所以1≤*p+q*≤2*.*